

Exercice 1

Répondre par Vrai ou Faux. Aucune justification n'est demandée.

1° Soit f une similitude directe de rapport $\sqrt{3}$ et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

- a) $f \circ f$ est une homothétie de rapport 3
- b) $f \circ f$ est une homothétie de rapport -3

2° Soit ABCD un carré de centre O et soit M, N, P, Q les milieux respectifs des cotés [AB], [BC], [CD] et [DA].

Soit E l'ensemble des similitudes directes qui envoient ABCD sur MNPQ

- a) Tous les éléments de E fixent le même point
- b) Tous les éléments de E ont le même rapport.
- c) E contient exactement 4 éléments.

Exercice :2

Soit ABC un triangle rectangle isocèle direct de sommet principal A. On note $D = S_C(A)$ et σ la similitude directe qui transforme D en C et C en B.

1)a) Expliquer pourquoi σ admet un centre que l'on nommera Ω .

b) Déterminer le rapport et l'angle de σ

2) Quelle est l'image de la droite (AC) par σ .

3) Démontrer que le triangle ΩCB est rectangle isocèle.

En déduire une construction géométrique du pt Ω .

Exercice 3

Soit ABC un triangle rectangle et isocèle tel que

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ et soit D le symétrique de C

par rapport à A.

I – Soit f la similitude directe qui envoie A sur B et B sur D.

1° a) Faire une figure.

b) Calculer le rapport et l'angle de f .

c) Montrer que $f(D) = C$.

2° On désigne par O le centre de f .

a) Caractériser $f \circ f$.

b) En déduire une construction de O. Justifier.

3° Soit C_1 et C_2 les cercles de diamètres respectifs [OA] et [OB] et soit K leur

second point d'intersection. (AC) recoupe C_1 en I.

(BC) recoupe C_2 en J.

a) Montrer que $K \in (AB)$

b) Montrer que $f(I) = J$

c) Prouver alors que I, J et K sont alignés.

Exercice 4:

Dans le plan orienté, on considère un rectangle ABCD tel

que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2} (2\pi)$

et $AB = 2AD$. $I = A * B$, $O = B * D$ et β le cercle circonscrit au rectangle ABCD

Soit f la similitude directe qui transforme B en I et I en D.

1) Déterminer le rapport de f et une mesure de son angle.

2) Soit $S = S(C, \sqrt{2}, -\frac{\pi}{4})$

a) Montrer que $S(B) = I$

b) Montrer que $f \circ S^{-1} = I_{dp}$

c) En déduire que $f = S$

3) Soit $A' = f(A)$. Montrer que D est le milieu de $[A'I]$. Construire alors le point A' .

4) La demi-droite $[CA')$ recoupe (β) en O' .

a) Calculer CO' et CA' en fonction de CA.

b) En déduire que O' est le milieu de $[CA']$

c) Prouver alors que $O' = f(O)$. **TN2000**

Exercice 5 : (5 points)

Dans le plan orienté, on considère un carré direct AKJI de centre O et on désigne par C et B les symétriques du point A respectivement par rapport à I et K.

1) Faire une figure

2) On pose $f = h_{(A,2)} \circ t_{\overrightarrow{IA}}$.

Déterminer $f(C)$ puis Caractériser f .

3) Soit g la similitude indirecte qui transforme A en I et B en J.

a) Déterminer les images par g des droites (KJ) et (BJ).

b) Déduire que $g(J) = O$

4) a) Montrer que g admet un centre qu'on notera Ω

b) Montrer que Ω est le barycentre des points pondérés (O, 4) et (B, -1)

puis construire Ω .

5) On désigne par Δ la médiatrice de [AI], On pose

$\psi = h_{(A,-2)} \circ S_{\Delta}$

a) Montrer que $\psi = f \circ S_{(AI)}$

b) Donner alors la nature et les éléments caractéristiques de ψ .

Exercice 6 : (4 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé (O, $\vec{u}$, $\vec{v}$); unité graphique 8 cm

On considère la transformation f du plan dans lui-même qui à tout point M d'affixe z associe le point M'

d'affixe z' telle que $z' = \frac{\sqrt{2}}{4}(-1 + i)z$

1) Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de f .

2) On définit la suite de points (M_n) de la façon suivante :

M_0 est le point d'affixe $z_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n , $M_{n+1} = f(M_n)$.

On note z_n l'affixe du point M_n .

a) Justifier que, pour tout entier naturel n ,

$$z_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n e^{i\frac{3n\pi}{4}}$$

b) Construire les points M_0, M_1, M_2, M_3 et M_4 .

3) Soient n et p deux entiers naturels.

À quelle condition sur n et p les points O, M_n et M_p sont alignés ?

Exercice n°7 :

Dans le plan orienté, on considère le carré direct

OABC de centre I tel que $(\vec{OA}, \vec{OC}) \equiv \frac{\pi}{2} (2\pi)$.

On désigne par J, O_1 et O_2 les milieux respectifs des segments $[OA], [IB]$ et $[OC]$. O' est le symétrique de O par rapport à C .

1) Soit S la similitude directe qui envoie B en O et C en B .

a) Mque S a pour rapport $\sqrt{2}$ et pour angle $-\frac{3\pi}{4}$.

b) Montrer que $S(I) = C$.

2) Préciser S o $S(C)$ et S o $S(I)$ et en déduire une construction du centre Ω de S .

3) On note ζ le cercle de diamètre $[IB]$

a) Déterminer ζ' , l'image de ζ par S .

b) La droite (BJ) recoupe le cercle ζ en E .

Soit $F = S(E)$. Montrer que I, E et F sont alignés.

4) Soit f la similitude indirecte qui envoie B en O et C en B

a) Déterminer le rapport de f et $(f \circ f)(C)$.

b) En déduire que f a pour centre O' .

Construire l'axe Δ de f .

5) Soit $F' = f(E)$ et $g = f \circ S^{-1}$

a) Déterminer $g(O)$ et $g(B)$. Caractériser g .

b) Prouver que $F' = S_{(OB)}(F)$.

Exercice 8:

ABC est un triangle rectangle en B tel que

$(\vec{AB}, \vec{AC}) = \frac{\pi}{3} (2\pi)$, soit D le symétrique de B par

rapport à (AC) et O le milieu de $[AC]$

Soit f la similitude directe telle que $f(A) = D$ et $f(O) = C$

a- Déterminer le rapport de f et une mesure de son l'angle.

b- Déterminer les images par f des droites (AB)

et (BO) .

c- Déduire que f a pour centre B .

2) Soit $g = f \circ S_{(AC)}$

a- Mque g admet un seul point invariant qu'on notera O .

b- Mque g est une homothétie que l'on caractérisera.

c- Déterminer $g(D)$ et $g(A)$

d- En déduire que le centre Ω de g appartient à (AB)

e- Exprimer Ω comme barycentre de A et B ,

puis construire Ω .

Exercice 9:

Dans un plan orienté, on considère un carré ABCD de

centre O tel que: $(\vec{AB}, \vec{AD}) = \frac{\pi}{2} (2\pi)$. On désigne par I et

J les milieux respectifs de $[AB]$ et $[BC]$.

1°) a/ Montrer qu'il existe un unique déplacement f qui envoie A sur C et B sur D . Caractériser f .

b/ Soit g l'antidéplacement qui envoie A sur C et B sur D .

Déterminer $(g \circ f)(C)$ et $(g \circ f)(D)$.

Caractériser $g \circ f$.

c/ Déduire la forme réduite de g .

2°) Soit S la similitude directe qui envoie A sur B

et D sur I .

a/ Déterminer le rapport et l'angle de S . Construire son centre Ω .

b/ déterminer les images des droites (AC) et

(CD) par S .

EN déduire que le triangle $O\Omega C$ est rectangle.

c/ Déterminer l'image du carré ABCD par S .

d/ M que les points A, Ω et J sont alignés. (TN 95)

Exercice 10:

On considère dans un plan P orienté un triangle équilatéral

ABC de sens direct. On désigne par I et J les milieux

respectifs de $[AB]$ et $[AC]$ et par D le symétrique de A par rapport à C .

1°) Soit f l'antidéplacement de P tel que ;

$f(C) = A$ et $f(A) = B$.

Montrer que f est une symétrie glissante dont on déterminera l'axe et le vecteur.

2°) Soit g la similitude directe telle que :

$g(B) = D$ et $g(I) = C$.

Montrer que $g(A) = A$ et déterminer les éléments caractéristiques de g .

3°) Soit Ω le point défini par $\vec{\Omega A} + 2\vec{\Omega I} = \vec{0}$

a Justifier que $(f \circ g)$ est une similitude indirecte.

b Déterminer $(f \circ g)(I)$ et $(f \circ g)(A)$.

c/ Vérifier que $\vec{\Omega B} + 2\vec{\Omega A} = \vec{0}$.

En déduire que $(f \circ g)(\Omega) = \Omega$.

4°) a- Déterminer le rapport de la similitude $(f \circ g)$.

b- Montrer que l'axe de la similitude $(f \circ g)$ est la perpendiculaire en Ω à la droite (AB) . (TN 95)

Exercice 11:

ABCD est un losange de centre O tel que

$$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD} \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi] \text{ On pose } I = A * B, J = A * D$$

et G le centre de gravité du triangle ABD.

1) Soit f la similitude directe : $f(D) = I$ et $f(B) = A$

a) Déterminer l'angle et le rapport de f.

b) On désigne par Ω le centre de f.

Montrer que Ω appartient au cercle circonscrit à BID et au cercle circonscrit à ABG. Construire Ω .

2) Soit σ la similitude indirecte telle que

$$\sigma(I) = D \text{ et } \sigma(O) = C \text{ et } h = \sigma \circ S_{(AC)}.$$

a) Déterminer $h(O)$ et $h(J)$.

b) Caractériser alors h puis σ .

3) Caractériser l'application $\sigma \circ f$.

Exercice 12:

Dans le plan orienté on donne un triangle rectangle

$$OAB \text{ tel que } OA=2OB \text{ et } (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \pi/2 (2\pi),$$

on désigne par $I = O * A$ et $J = O * B$

1) Soit S la similitude directe qui transforme O en A et B en O.

a) Déterminer l'angle et le rapport de S

b) Soit Ω le centre de S, montrer que Ω est le projeté orthogonal de O sur la droite (AB)

c) Montrer que $S(J)=I$, en déduire que les droites (ΩJ) et (ΩI) sont orthogonales

2) La perpendiculaire de (OA) en A coupe la droite (ΩJ) en C

a) Montrer que $S((OA)) = (AC)$

b) En déduire $S(I)$

c) Montrer que le cercle de diamètre [IC] passe par Ω

3) Soit φ la similitude indirecte qui transforme O en A et B en O.

a) Déterminer $\varphi \circ \varphi(B)$

b) Montrer que φ admet un centre Ω' et que $\Omega' \in (AB)$

c) Montrer que $\varphi(\Omega)$ est le point K le symétrique de Ω par rapport à (OA)

d) Montrer que $\Omega' \in (OK)$, construire alors Ω' et l'axe Δ de φ .

Exercice 13:

Dans un plan orienté, on considère un triangle équilatéral

$$CKB \text{ tel que } (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BK}) = \frac{\pi}{3} [2\pi] \text{ et } A = K * B.$$

Soit D le point du plan tel que $AD = BC$.

On désigne par O et I les milieux respectifs des segments [AC] et [AD].

1) Soit S la similitude directe tel que

$$S(I) = B \text{ et } S(D) = K$$

a) Donner son angle et évaluer son rapport.

b) Déterminer les images des droites (CI) et (DC) par S.

c) Dédire que C est le centre de S.

2) On désigne par Δ la médiatrice du segment [CD], on pose $f = S \circ S_{\Delta}$.

a) Montrer que f est une symétrie glissante que l'on caractérisera.

b) Vérifier que $f(K) = C$.

3) On pose $g = f \circ S$

a) Montrer que g est une similitude indirecte dont on précisera le rapport.

b) On désigne par Ω le centre de g et par d son axe. Montrer que $g \circ g$ est une homothétie que l'on précisera.

c) Donner $g(D)$ et $g(C)$ puis construire le centre Ω de S.

d) Montrer que l'axe d est la médiatrice du segment [EC] où $D = \Omega * E$

Exercice 14 :

Soit dans le plan orienté, un losange ABCD tel que

$$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{3} (2\pi) \text{ et } AB \geq 6 \text{ (en cm)}$$

Soit R la rotation de centre D et d'angle $-\pi/3$.

I, J, K et L sont les milieux respectifs des segments [AB], [BC], [AD] et [AC]. Soit O le centre du cercle circonscrit au triangle BCD et O' le centre du cercle circonscrit au triangle ABD.

1°) Soit $f = S_{DA} \circ R$, étudier la nature et les éléments caractéristiques de f.

2°) Soit $g = R \circ S_{BC}$

a – déterminer $g(B)$ et $g(C)$.

b – montrer que g n'est pas une symétrie orthogonale.

c – donner la nature de g et donner sa forme réduite.

3) Soit $h = h(D, \frac{1}{2})$, on pose $S = R \circ h$.

Soient C le cercle circonscrit au triangle BCD,

C' le cercle circonscrit au triangle DKL et E le point diamétralement opposé à D dans le cercle C.

a) Déterminer $S(B)$, $S(C)$ et $S(E)$

b) Préciser la nature et les éléments caractéristiques de S.

c) Montrer que C' est le cercle de diamètre [DO']

Exercice 15

Soit ABC un triangle rectangle et isocèle tel que

$$(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = \frac{\pi}{2} [2\pi].$$

On désigne par I, J et O les milieux respectifs de [AB], [BC] et [AC].

Les demi-droites [OI] et [OJ] coupent le cercle de diamètre [AC] respectivement en A' et B'.

1) Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$.

Déterminer $r(A)$ et $r(B)$.

2) Soit h l'homothétie de centre O et de rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$

- a) Montrer que : $\frac{OI}{OA'} = \frac{OJ}{OB'} = \frac{\sqrt{2}}{2}$
- b) En déduire $h(A')$ et $h(B')$
- 3) On désigne par S la similitude directe qui transforme A en I et B en J .
- a) Montrer que $S = h \circ r$.
- b) En déduire les éléments caractéristiques de S .
- 4) Soient φ la similitude indirecte qui transforme I en B et J en C et $g = \varphi \circ S$.
- a) Montrer que g est un antidéplacement
- b) Déterminer $g(A)$ et $g(B)$
- c) Donner la nature de g puis la caractériser.

Exercice 16:TN 2005

Soit ABC un triangle rectangle en B tel que

$$(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA}) = \frac{\pi}{2} [2\pi], AB = 3 \text{ et } BC = 4$$

- 1) Soit f la similitude directe tel que $f(A)=B$ et $f(B)=C$.
- a) Déterminer l'angle et le rapport de f .
- b) Soit H le projeté orthogonal de B sur (AC) . Montrer que H est le centre de f .
- 2) Soit $D=f(C)$
- a) Montrer que D appartient à la droite (BH)
- b) Construire le point D .
- 3) Soit g la similitude indirecte qui transforme A en B et B en C . On désigne par Ω le centre de g .
- a) Montrer que $f \circ g^{-1} = S_{(BC)}$.
- b) Soit $E=g(C)$. Déterminer $S_{(BC)}(E)$. Construire alors le point E .
- c) Préciser la nature de $g \circ g$. Montrer que Ω appartient à la droite (AC) ainsi qu'à la droite (BE) .
- d) Construire le point Ω et l'axe Δ de la similitude g .

Exercice 17:

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC rectangle en A et tel que $(\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA}) = \frac{\pi}{3} [2\pi]$.

Soit D le point du plan tel que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ et K le symétrique de B par rapport à A .

On désigne par O , I et J les milieux respectifs des segments $[AC]$, $[BC]$ et $[AD]$

- 1) Soit S la similitude directe du plan telle que $S(J)=B$ et $S(D)=K$
- a) Donner une mesure de l'angle de S .
- b) Donner le rapport de S .
- c) Montrer que le centre de S est C .
- 2) Soit A' le symétrique de D par rapport à C et f l'antidéplacement du plan qui transforme D en A et A en A'

a) Montrer que f est une symétrie glissante dont on déterminera les éléments caractéristiques.

b) Montrer que $f(K)=C$

3) On pose $g=f \circ S$

a) Montrer que g est une similitude indirecte dont on précisera le rapport.

b) On désigne par Δ l'axe de g et par Ω son centre.

que $g \circ g$ est l'homothétie de centre Ω et de rapport 4.

Vérifier que $g \circ g(D)=B$

c) Donner une construction de l'axe Δ de g .

Exercice 18:(LPG)

Le plan orienté dans le sens direct.

On considère un triangle équilatéral direct BCK et on désigne par A , O et I les milieux respectifs

de $[KB]$, $[AC]$ et $[AD]$ où D est le point tel que : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

1°) Soit S la similitude directe qui transforme I en B et D en K .

- a) Déterminer l'angle et le rapport de S
- b) Déterminer les images par S des droites (CI) et (DC) .
- c) En déduire que C est le centre de S .

2°) On désigne par S_O la symétrie centrale de centre O et par S_Δ la symétrie orthogonale d'axe Δ médiatrice du segment $[CD]$. On pose $f = S_O \circ S_\Delta$.

- a) Montrer que le quadrilatère $ACDK$ est un rectangle.
- b) Montrer que $f(C) = B$ et que $f(K) = C$.
- c) En déduire la nature et les éléments caractéristiques de f .

3°) On pose $g = f \circ S$

a) Montrer que g est une similitude indirecte dont on précisera le rapport.

b) Déterminer $g \circ g(D)$.

c) Soit Ω le centre de g .

Montrer que Ω est le barycentre des points pondérés $(D, -4)$ et $(B, 1)$

d) Soit Δ' l'axe de g . Montrer que Δ' est la médiatrice du segment $[CE]$ où $E = S_D(\Omega)$.

Exercice 19 :(LPA)

Le plan est orienté dans le sens direct.

Soit $ABCD$ un carré direct de centre O et soit f la similitude directe qui transforme B en O et A en D .

1) a) Déterminer le rapport et l'angle de f .

b) Vérifier que C est le centre de f .

2) Soit α un réel non nul (pour la figure $\alpha = \frac{1}{3}$).

On considère les points M et N

définis par $\overrightarrow{AM} = \alpha \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = (2 - \alpha) \overrightarrow{AD}$

et on note I le milieu de [MN]

a) Montrer que $\overrightarrow{DI} = \alpha \overrightarrow{DO}$.

(On remarquera que $2\overrightarrow{DI} = \overrightarrow{DM} + \overrightarrow{DN}$)

b) En déduire que $f(M) = I$.

3) On suppose $\alpha \neq 2$.

Le cercle de centre I passant par C recoupe la droite (CD) en un point E.

On considère la similitude directe g de centre A, de

rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $\frac{\pi}{4}$.

a) Montrer que le triangle AIE est rectangle en I, isocèle et direct.

b) En déduire que $g(I) = E$

4) a) Caractériser g o f.

b) Déduire que $\overrightarrow{ME} = \overrightarrow{BD}$

Exercice 20: (TN 2009)

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC isocèle et rectangle en A tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{2} (2\pi)$

On désigne par I, J, K et L les milieux respectifs des segments [AB], [BC], [AC] et [JC]

1) Faire une figure

2) Soit f la similitude directe de centre J, qui envoie A en K.

a) Déterminer l'angle et le rapport de f

b) Justifier que $f(K) = L$

c) Soit H le milieu du segment [AJ].

Justifier que $f(H) = H$

3) On munit le plan du repère orthonormé direct

$(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$. Soit φ l'application du plan dans lui-même qui à tout point M(z) associe le point M'(z')

tel que : $z' = -(\frac{1+i}{2})\bar{z} + \frac{1+i}{2}$

a) Montrer que φ est une similitude indirecte de centre C

b) Donner les affixes des points I, K, J et H.

c) Déterminer $\varphi(I)$ et $\varphi(J)$

d) Déduire alors que $\varphi = f \circ S_{(IK)}$.

4) Soit Δ l'axe de la similitude indirecte φ

a) Tracer Δ

b) La droite Δ coupe les droites (IK) et (HL)

respectivement en P et Q

Montrer que $\varphi(P) = f(P)$ et en déduire que

$\varphi(P) = Q$

Exercice 21: (TN 2009)

ABCD est un rectangle de centre O et tel que

$(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\pi}{6} (2\pi)$. Le point E désigne le symétrique

du point A par rapport à D.

Soit S la similitude directe de centre C, de rapport $\frac{1}{2}$

et d'angle $\frac{\pi}{3}$

1) a) Justifier que $S(A) = B$

b) Montrer que le triangle ACE est équilatéral et en déduire que $S(E) = O$

2) Soit I un point du segment [EO], distinct des points O et E et soit (Γ) le cercle de centre I et passant par A.

Les droites (AD) et (AB) recoupent le cercle (Γ) respectivement en M et P

a) Tracer et placer les points M et P

b) Justifier que le point C appartient à (Γ)

3) Soit N le projeté orthogonal du point C sur la droite (MP)

a) Montrer que $(\overrightarrow{MP}, \overrightarrow{MC}) = \frac{\pi}{6} (2\pi)$

b) En déduire que $S(M) = N$

4) Montrer que les points B, D et N sont alignés.

Exercice 22

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On prendra pour unité graphique 2 cm.

Soient A et B les points d'affixes respectives

$z_A = i$ et $z_B = 1 + 2i$.

Justifier qu'il existe une unique similitude directe S telle

que : $S(O) = A$ et $S(A) = B$.

Montrer que l'écriture complexe de S est:

$z' = (1 - i)z + i$.

Préciser les éléments caractéristiques de S

(on notera Ω le centre de S).

On considère la suite de points (A_n) telle que:

• A_0 est l'origine O du repère.

• pour tout entier naturel n, $A_{n+1} = S(A_n)$.

On note z_n , l'affixe de A_n .

a) Démontrer que, $\forall n$, $z_n = 1 - (1 - i)^n$.

b) Déterminer, en fonction de n, les affixes des vecteurs

$\overrightarrow{\Omega A_n}$ et $\overrightarrow{A_n A_{n+1}}$.

Comparer les normes de ces vecteurs et calculer une

mesure de l'angle $(\overrightarrow{A_n \Omega}, \overrightarrow{A_n A_{n+1}})$.

c) En déduire une construction du point A_{n+1} connaissant le point A_n .

Construire les points A_3 et A_4 .

4) Quels sont les points de la suite (A_n) appartenant à la droite (ΩB) ?

Exercice n°4 (4 points)

Le plan est orienté dans le sens direct.

Dans l'annexe ci-jointe (Figure 2 page 3), OAB est un triangle rectangle isocèle tel que

$$OA = OB \text{ et } (\widehat{OA, OB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi].$$

On désigne par I le milieu du segment [AB] et par C et D les symétriques respectifs du point I par rapport à O et à B.

Soit f la similitude directe qui envoie A sur D et O sur C.

- 1) Montrer que f est de rapport 2 et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
- 2) a) Montrer que O est l'orthocentre du triangle ACD.
b) Soit J le projeté orthogonal du point O sur (AC). Déterminer les images des droites (OI) et (AJ) par f et en déduire que J est le centre de la similitude f.
- 3) Soit g la similitude indirecte de centre I, qui envoie A sur D.
a) Vérifier que g est de rapport 2 et d'axe (IC). En déduire g(O).
b) Déterminer les images de C et D par $g \circ f^{-1}$. En déduire la nature de $g \circ f^{-1}$.
- 4) Soit $h = f \circ g$ et $h' = g \circ f$.
a) Déterminer les images des points J et I' par $g \circ f^{-1}$.
b) Montrer que les droites (IJ), (I'J') et (CD) sont concourantes.

Exercice 2 (4 points)

Le plan est orienté dans le sens direct.

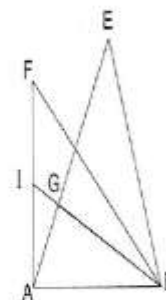
Dans la figure (1) de l'annexe ci-jointe, [AB] et [IJ] sont deux diamètres perpendiculaires du cercle ($\mathcal{C}$). M est un point variable du cercle ($\mathcal{C}$) tel que $(\widehat{MA, MB}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ et MBEN et MKFA sont des carrés de sens direct.

- 1) Montrer que les points E, F et M sont alignés.
- 2) On désigne par r_1 et r_2 les rotations d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de centres respectifs A et B.
a) Montrer que $r_1 \circ r_2$ est la symétrie centrale de centre I.
b) Déterminer $r_1 \circ r_2$ (E). En déduire que lorsque M varie, la droite (EF) passe par un point fixe que l'on déterminera.
- 3) Soit S la similitude directe de centre A, d'angle $\frac{\pi}{4}$ et de rapport $\sqrt{2}$.
a) Déterminer S (M).
b) Construire le point G image de F par S.
c) Montrer que F est le milieu du segment [KG].
d) En déduire que lorsque M varie, la droite (KF) passe par un point fixe P. Construire P.

Dans la figure ci-contre, ABF est un triangle rectangle isocèle tel

$$\text{que } (\widehat{AB, AF}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi].$$

I est le milieu de [AF]. Les droites (IB) et (AE) se coupent en G et EGB est un triangle rectangle isocèle en G.



- 1) Soit f la similitude directe de centre B, d'angle $\frac{\pi}{4}$ et de

rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Déterminer les images des points E et F par f.

- 2) Soit g la similitude directe qui envoie A en F et F en B.

- a) Montrer que g est de rapport $\sqrt{2}$ et d'angle $\left(-\frac{3\pi}{4}\right)$.

- b) Déterminer la nature de $g \circ g$ et préciser son rapport et son angle.

- c) Montrer que $\tan(\widehat{ABI}) = \frac{1}{2}$. En déduire que $GB = 2 \cdot GA$.

- d) En déduire que G est le centre de g.

- 3) Soit $r = g \circ f$.

- a) Montrer que r est la rotation de centre F et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

- b) Déterminer r(E). En déduire que EFGH est un carré, où H est le milieu de [EB].