Lycée Pilote de L'Ariana 13/02/2007	Contrôle 2 MATHS	3ème sc durée2h

Exercice 1 : 8points

Soit f la fonction définie sur IR par $f(x) = 2x - \sqrt{x^2+3}$

1) a)Calculer les limites : $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

b) Calculer $\lim_{x\to+\infty} [f(x) - x]$. Interpréter graphiquement le résultat.

2) a) Montrer que f est dérivable sur IR et calculer f '(x) pour tout réel x

b) Ecrire une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 1.

c) Déterminer la tangente à C_f parallèle à D : 5x – 2 y = 0.

On désigne par g la fonction définie sur IR\{-1} par :

$$g : x \mapsto g(x) = \begin{cases} \dfrac{2x-\sqrt{x^2+3}}{x^2-1} & \text{, si } x < 1 \\ \dfrac{3|x-2|}{x+3} & \text{, si } x \geq 1 \end{cases}$$

3) a) Montrer que g est continue en 1.

b) Montrer que la droite D : x = - 1 est une asymptote à C_g

c) Calculer $\lim_{x\to-\infty} g(x)$. Interpréter graphiquement le résultat .

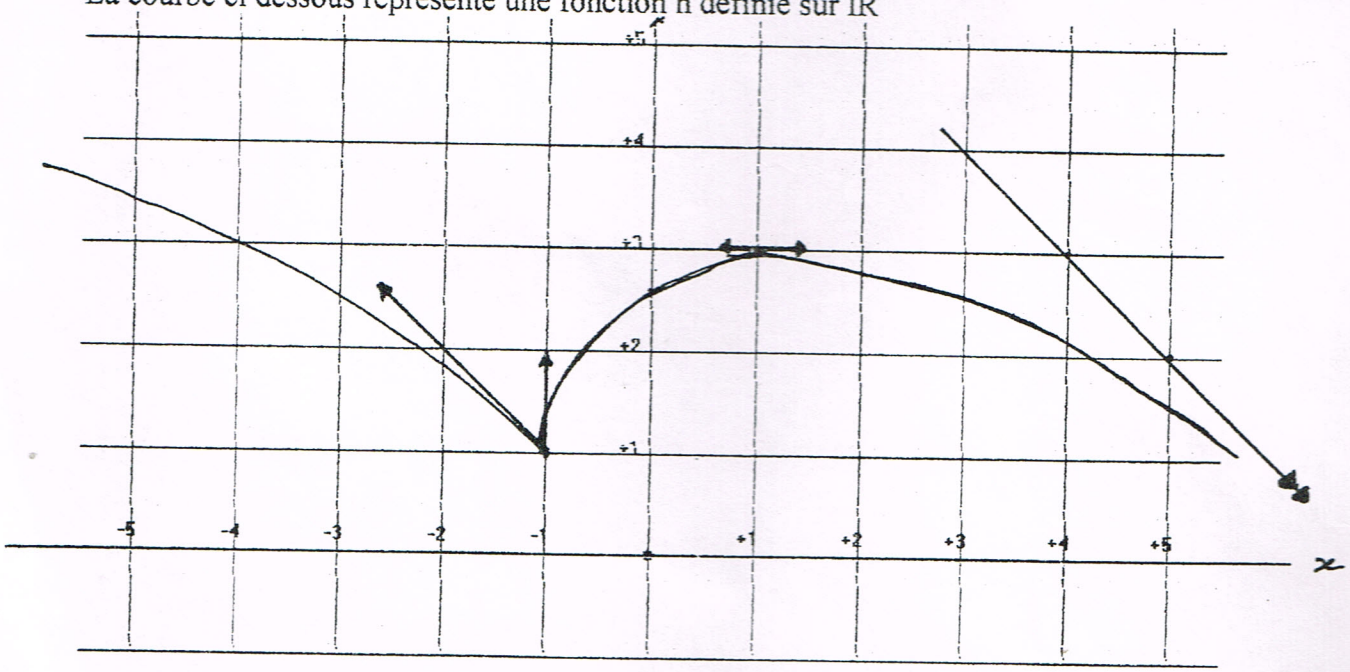
4) a) Etudier la dérivabilité de g à gauche en 1.

b) Montrer que g est dérivable sur [1 , 2] et déterminer g '(x) , $\forall x \in]1, 2[$ et $g_d'(1)$

c) g est elle dérivable en 1 ? Interpréter graphiquement les résultats.

Exercice 2 : 5points

La courbe ci dessous représente une fonction h définie sur IR



Déterminer graphiquement :

1) a) Le domaine de continuité de h . b) Le domaine de dérivabilité de h.

2) Les limites :

a) $\lim_{x\to+\infty} h(x) + x$ b) $\lim_{x\to(-1)^-} \dfrac{h(x)-1}{x+1}$ c) $\lim_{x\to(-1)^+} \dfrac{h(x)-1}{x+1}$ d) $\lim_{x\to1} \dfrac{h(x)-3}{x-1}$

Exercice 3 : 7points

1) Soit $A(x) = 1 - \sin 2x + \cos 2x$.

a) Calculer $A(\frac{\pi}{12})$.

b) Montrer que $A(x) = 2\sqrt{2}\cos(x).\cos(x+\frac{\pi}{4})$

c) En déduire $\cos(\frac{\pi}{12})$.

2) Soit $B(x) = \dfrac{\cos(2x-\frac{\pi}{8})}{\sqrt{2}\cos(x+\frac{\pi}{4})}$

a) Déterminer les réels x tels que $B(x)$ existe.

b) Sachant que $B(\frac{\pi}{8}) = \dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$. Déduire que $\tan(\frac{\pi}{8}) = \sqrt{2}-1$

3) Résoudre dans $[0, \pi]$: $2\sin(2x-\frac{\pi}{3})-1=0$