Lycée Pilote Ariana 08 / 12 / 2011	Devoir de synthèse n°1 en Mathématiques	2ème Sciences Durée 2h

EXERCICE 1 *(2,5 points)*

Répondre par *vrai* ou *faux* en *justifiant la réponse* :

1) Le polynôme $f(x) = x^6 - 4x^4 - 2x^2 + 15$ admet deux racines opposées
2) Tout polynôme factorisable admet au moins une racine .
3) Si $t_{\vec{u}}((AB)) = (CD)$ et $t_{\vec{u}}(A) = C$ *alors* $t_{\vec{u}}(B) = D$
4) La somme S et le produit P de l'équation $x^2 - 3x + 4 = 0$ sont $S = 3$ *et* $P = 4$
5) ABC est un triangle équilatéral alors l'orthocentre H vérifie : $\overrightarrow{HA} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{HC} = \vec{0}$

EXERCICE 2 *(7 points)*

On considère les polynômes f et g définis par :

1) $f(x) = 6x^2 + 17x + 5$ *et* $g(x) = -2x^3 + x^2 + 11x - 10$
   i) Résoudre dans l'équation $f(x) = 0$
   ii) Vérifier que f *et* g ont une racine commune.
   iii) Factoriser alors $g(x)$
2) Soit h la fonction rationnelle définie par : $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$

i) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}$ de la fonction h et

ii) Vérifier que pour tout $x \in \mathcal{D}$: $h(x) = \frac{-x^2+3x-2}{3x+1}$

iii) Résoudre dans IR les inéquations : $h(x) \geq 0$; $\sqrt{h(x)} \geq x - 2$

EXERCICE 3 *(3,5 points)* *Les questions 1) et 2) sont indépendantes*

1) Soit $Q(x)$ le polynôme définie par : $Q(x) = -x^3 + 4x^2 + 3x - 18$
   Factoriser $Q(x)$ sachant que 3 est une racine double de Q

2) j) . Vérifier que $3^3 + 4^3 + 5^3 = 6^3$
   jj) . En déduire une solution du polynôme $P(x) = x^3 + (x+1)^3 + (x+2)^3 - (x+3)^3$
   jjj) . Factoriser alors $P(x)$

EXERCICE 4 *(7 points)*

Soit ABC un triangle. Les points D , I *et* E sont définis par $D = t_{\overrightarrow{AB}}(C)$; I est le barycentre des points pondérés $(B, 1)$ *et* $(C, -4)$ et $E = S_C(D)$. On note (Δ) la parallèle à la droite (CD) passant par I . La droite (Δ) coupe (AE) *en* J

1) Construire les points D *et* I
2) a. Déterminer $t_{\overrightarrow{DC}}((CB))$ *et* $t_{\overrightarrow{DC}}((\Delta))$. En déduire $t_{\overrightarrow{DC}}(I)$
   a. Montrer que E est le barycentre des points A *et* J affectés de coefficients que l'on précisera.
3) Soit $\mathcal{C}$ le cercle de centre C et passant par I . Le cercle $\mathcal{C}$ coupe $[BC]$ *en* M
   a. Déterminer $\mathcal{C}' = t_{\overrightarrow{BA}}(\mathcal{C})$
   b. $\mathcal{C}'$ coupe $[AE]$ *en* N. Déterminer l'image du point M *par* $t_{\overrightarrow{BA}}$
4) Déterminer l'ensemble des points M du plan vérifiant $\|4\overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MB}\| = \frac{3}{2}\|\overrightarrow{ME} + \overrightarrow{MD}\|$

Fin de L'épreuve

03